Railroad

Alapötlet

Legyen a felső sínen n darab vagon, ezek leírását tartalmazza az $A[1..n]$ tömb, az alsó sínen található m darab vagon leírását pedig a $B[1..m]$ tömb. A „kimenetre” elvárt szerelvény felépítését írja le a $C[1..n+m]$ tömb.

A megoldás a *dinamikus programozás* iskolapéldája. (Megjegyezzük, hogy az itt leírtnál lehet egy picit okosabban is dolgozni, de ez a megoldás is bőven elég gyors.)

Definiáljuk a részproblémákat a következőképpen: $T[i,j]$ igaz, ha az „A” sínről i, a „B” sínről j darab vagont felhasználva előállítható a kimeneti sínen a kívánt elrendezés első $i+j$ vagonja. Világos, hogy egy ilyen előállításnak az utolsó lépése vagy az volt, hogy:

a.) az „A” sínről mozgattuk be az i-edik vagont

b.) vagy a „B” sínről mozgattuk be a j-ediket.

Tehát az utolsó lépés előtt, (a.) esetben, a felső sínről $i-1$, az alsó sínről j vagont felhasználva a kimeneten előállítottuk az elvárt vagonsorozat első $i+j-1$ elemét. Hasonlóan, (b.) esetben i, $j-1$ vagonokat felhasználva tettük meg ugyanezt. Így tehát ha $T[i,j]$ igaz, akkor vagy $T[i-1,j]$ (és $A[i]=C[i+j]$) vagy $T[i,j-1]$ (és $B[j]=C[i+j]$) igaz.

Fordítva, ha $T[i-1,j]$ igaz, és a felső sín elején a megfelelő vajon van ($A[i]=C[i+j]$), akkor ezt a kimenetre mozgatva $T[i,j]$ megoldhatósága adódik, hasonlóan $T[i,j-1]$ esetében.

Így kaptunk egy szükséges és elégséges feltételt $T[i,j]$-re:

$$T[i,j] = (T[i-1,j] \wedge A[i]=C[i+j]) \vee (T[i,j-1] \wedge B[j]=C[i+j]).$$

A határesetek: $T[0,0] = igaz$, illetve ha kiindexelnénk a tömbből, akkor hamis értéket adjuk vissza.

Algoritmus

Az algoritmus a szokásos módon, soronként T-táblázatkitöltéssel lefuttatható.

Komplexitásvizsgálat

Megtehetjük, hogy a táblázatnak mindig csak egyetlen sorát tároljuk, így a tárkomplexitás $O(min\{N,M\})$, az időkomplexitás pedig $O(N \cdot M)$.